

## INTRODUCCIÓN

¡Hola a todos! Bienvenidos al *paseo matemático por Bilbao*.

Somos seis estudiantes de matemáticas de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad del País Vasco y hoy queremos enseñaros las matemáticas que podemos encontrar en la vida cotidiana. Daremos un paseo juntos por las calles de Bilbao y, además de contaros algunas anécdotas y curiosidades, también os entretendremos con unos cuantos juegos.

¡Veamos cuánto sabéis! ☺

### **Los organizadores**

Iker de las Heras

Elena Di Domenico

Xuban Diez

Markel Epelde

Marialaura Noce

Andoni Zozaya

Si tenéis cualquier duda, comentario o queja: [ibilbomat.ehu@gmail.com](mailto:ibilbomat.ehu@gmail.com).

## PUNTOS DE INTERÉS

1. FIGURAS GEOMÉTRICAS	5
2. PUENTES DE BILBAO	6
3. RUTA MÍNIMA	7
4. CATENARIA Y PARABOLA	8
5. LA DOBLE RENDIJA	9
6. LA LEYENDA DEL AJEDREZ	10
7. CÓDIGO BINARIO	11
8. MEDIR LA ALTURA	12
9. HEPTADECÁGONO	13
10. RECUBRIR EL PLANO	14
11. SUPERFICIES DE REVOLUCIÓN	15
12. LA PROPORCIÓN ÁUREA	16
13. LA TORRE IBEDROLA	17



## 1. FIGURAS GEOMÉTRICAS

Es fácil encontrar figuras geométricas por la calle, en las fachadas, ventanas...



Circunferencia en Bidebarrieta



Cardioide en un portal



Formas geométricas en la barandilla del puente del Arenal



Elipse en la Plaza Moyua, también conocida como *plaza elíptica*

Las puertas de la estación de Abando tienen el siguiente dibujo:

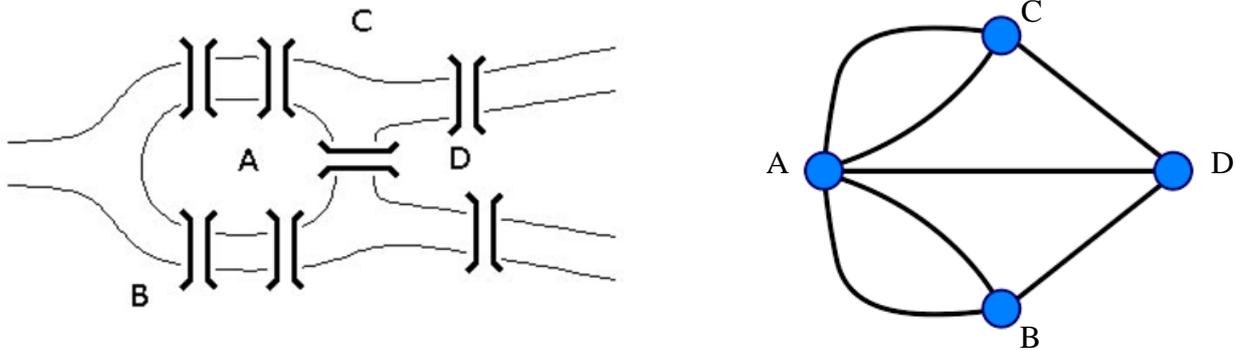


¿Cuántos triángulos ves en el cuadrado rojo de la imagen?

Respuesta: .....

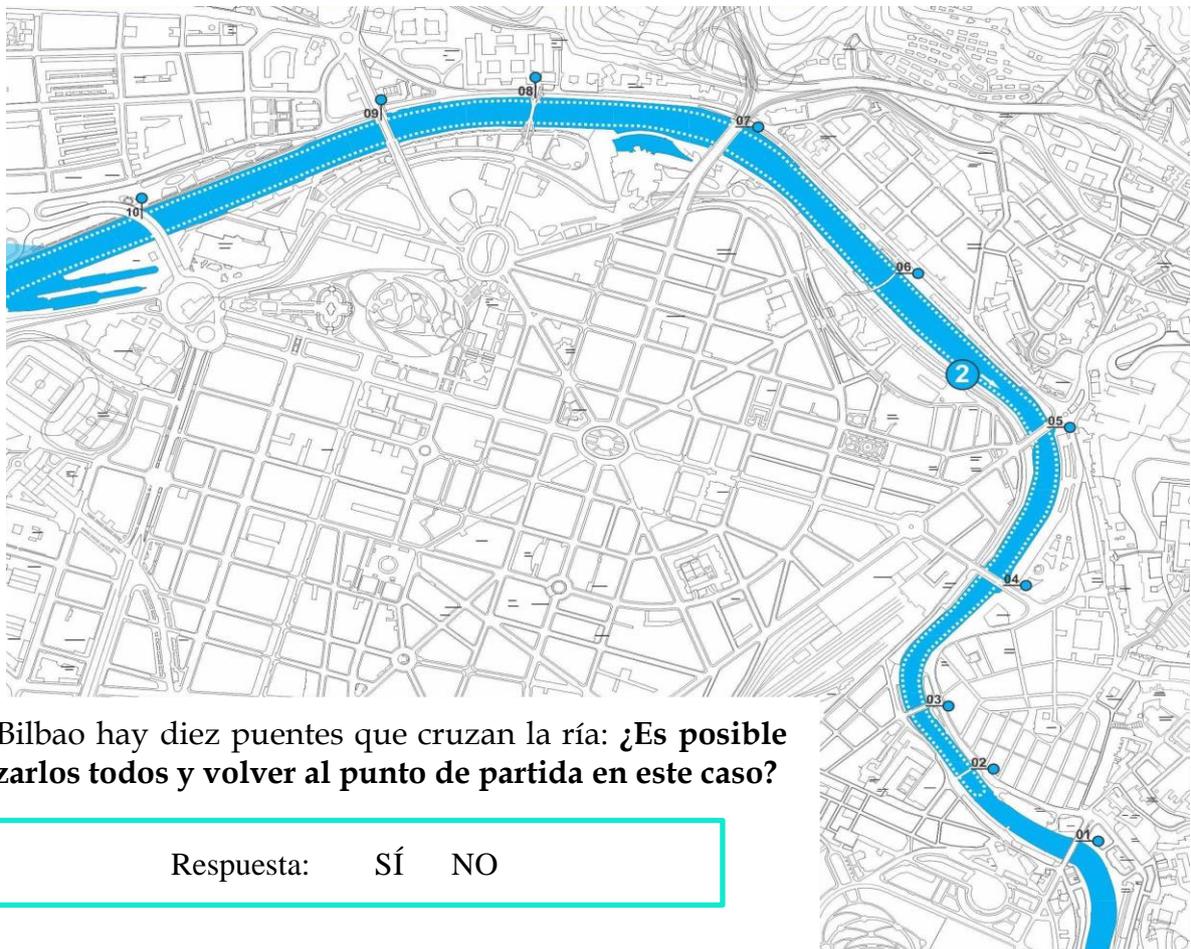
## 2. PUENTES DE BILBAO

En cualquier ciudad con río necesitamos puentes para cruzar de una orilla a otra. Por ejemplo, aquí podemos ver un esquema de los puentes de la ciudad de Königsberg (Rusia).



¿Se puede salir de un punto de la ciudad y volver al mismo, pasando una única vez por cada puente?

Este problema se resuelve usando una rama de las matemáticas llamada *teoría de grafos*.



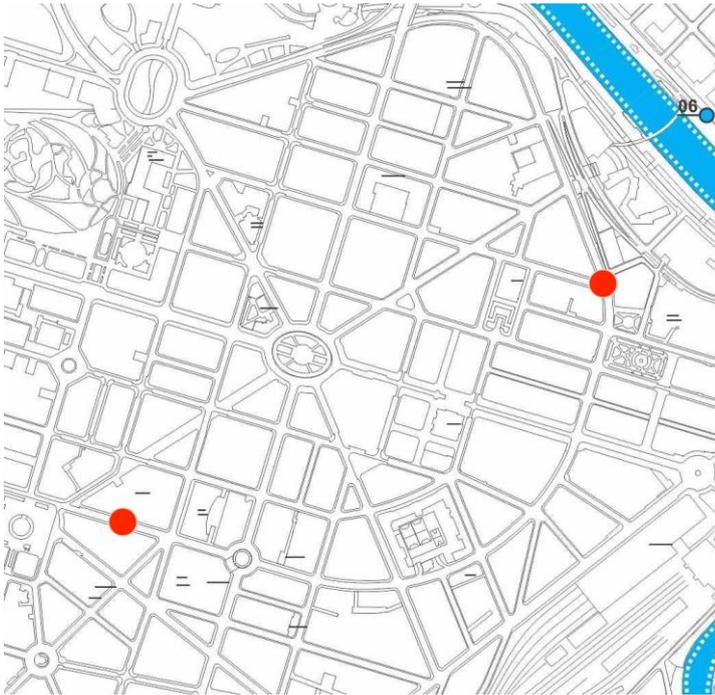
En Bilbao hay diez puentes que cruzan la ría: ¿Es posible cruzarlos todos y volver al punto de partida en este caso?

Respuesta:    SÍ    NO

### 3. RUTA MÍNIMA

Para recorrer las calles de una ciudad es importante saber cuál es el camino más corto (es decir, la *ruta mínima*) desde un punto a otro. Dispositivos como los GPS o Google maps están programados para resolver este problema constantemente.

Uno de los métodos más sencillos para esto es el de *algoritmo de Dijkstra*, que resuelve el problema utilizando teoría de grafos.

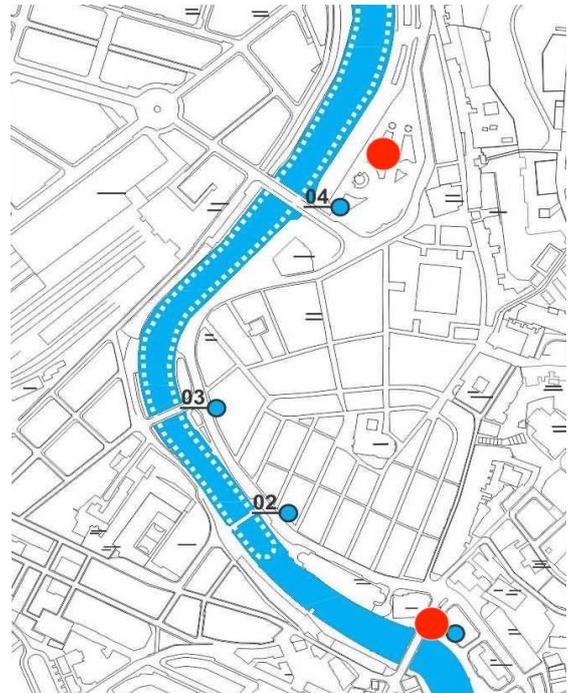


**¿Cuál sería el camino más corto para unir los dos puntos rojos de la imagen (por las calles)?**

Dibuja la respuesta 😊

**¿Y en este caso?**

Dibuja la respuesta 😊



## 4. CATENARIA Y PARÁBOLA

La *catenaria* y la *parábola* son dos tipos de curvas que están muy presentes tanto en la naturaleza como en la arquitectura.

**Catenaria:** es la curva que se obtiene al colgar una cadena por sus dos extremos, tal y como vemos en la imagen de la derecha. Esta curva ha sido muy empleada por los arquitectos, ya que, al invertirla, el arco que se obtiene es el arco óptimo para poder resistir la mayor cantidad de peso posible.



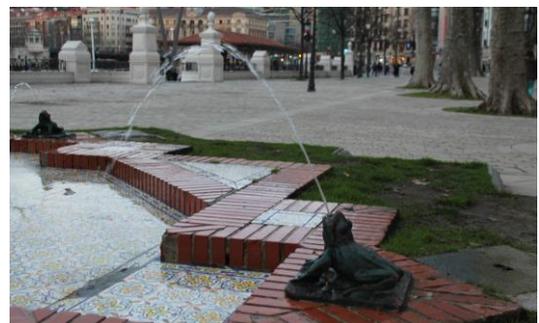
Catenaria formada por los cables de electricidad del Arenal



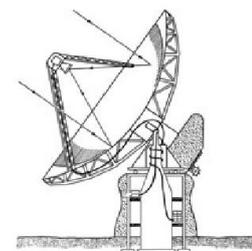
Catenaria invertida usada por Gaudí en el edificio La Pedrera

**Parábola:** es la curva descrita por la trayectoria de un objeto al lanzarlo por los aires. Podemos observarlo en fenómenos tales como:

- El lanzamiento de un balón
- El disparo de un cohete
- La caída del agua de una fuente (como en la imagen de la derecha).
- Arquitectura, como en el Puente Zubizuri de Bilbao



Las antenas parabólicas reciben su nombre de esta curva por su forma, que es adecuada para recibir y reflejar ondas.



## 5. LA DOBLE RENDIJA

¿A qué nos recuerda el respaldo de los asientos de la Plaza Nueva?

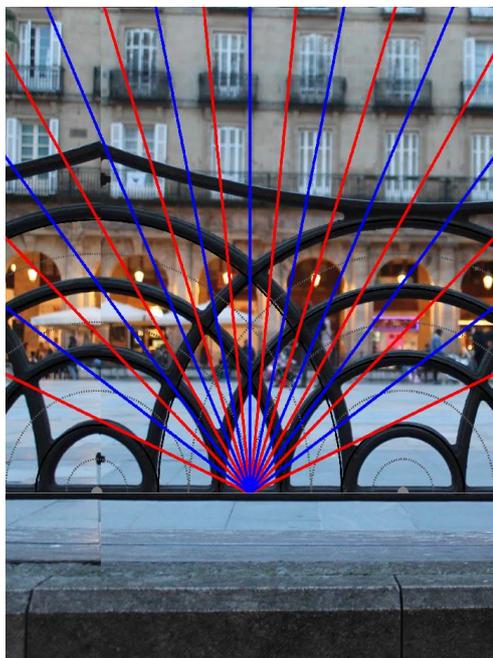
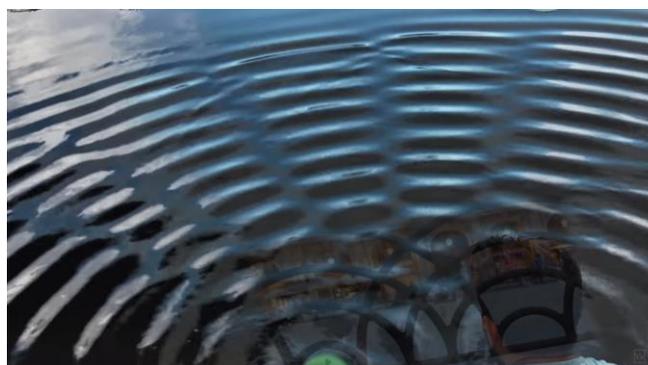


Es la representación de un fenómeno que ocurre al botar dos pelotas en el agua.

¿Qué ocurre cuando botamos dos pelotas en el agua?

Las pelotas generan olas circulares alrededor:

- Cuando las olas de ambas pelotas se juntan, obtenemos olas el doble de altas.
- Cuando la parte alta de una ola se junta con la parte baja de otra, la ola desaparece.



Este experimento se llama *experimento de la doble rendija* y tiene aplicaciones en la física cuántica.

## 6. LA LEYENDA DEL AJEDREZ

Un rey decidió hacer un regalo al campesino que inventó el ajedrez.

¿Qué regalo elegirías del rey?

- 100 sacos de trigo de 10 toneladas cada uno.
- Un tablero de ajedrez con 2 granos de trigo en la primera casilla, 4 en la segunda, 8 en la tercera, 16 en la cuarta...



*Respuesta*

Número de casilla	Granos de trigo	Peso (kg)
1	2	0,00008
2	$4 = 2^2$	0,00016
3	$8 = 2^3$	0,00032
4	$16 = 2^4$	0,00064
...	...	...
64	$2^{64}$	737.869.760.000.000

Si sumamos la cantidad de los granos de trigo de todas las casillas, el número que obtenemos es

36.893.488.147.419.103.230.

¡No hay trigo en el mundo para el segundo regalo!



## 7. CÓDIGO BINARIO

Estas 8 farolas de la fachada del Teatro Arriaga pueden estar bien encendidas o apagadas.



**¿Cuántos números podemos representar con las farolas?**

0 

1 

2 

3 

4 

5 

6 

7 

Con sólo una bombilla:  
 2 opciones (encendida o apagada)

Con dos bombillas:  
 $4 = 2^2$  opciones (2 opciones para cada una)

Con tres bombillas:  
 $8 = 2^3$  opciones (multiplicando 2 opciones para cada una)

...

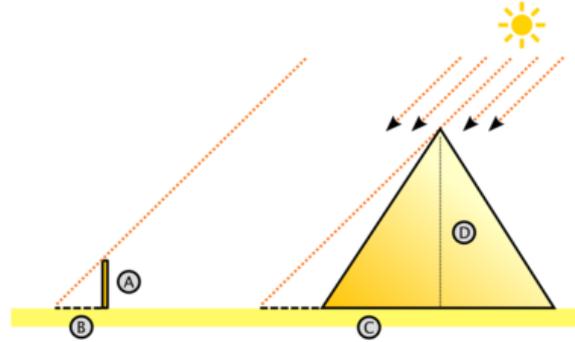
Con 8 bombillas:  
 $2^8$  opciones (multiplicando las 2 opciones para cada una de las 8 bombillas)

Podemos representar  
 $2^8 = 256$  números.

Este sistema para representar los números se llama *código binario*.

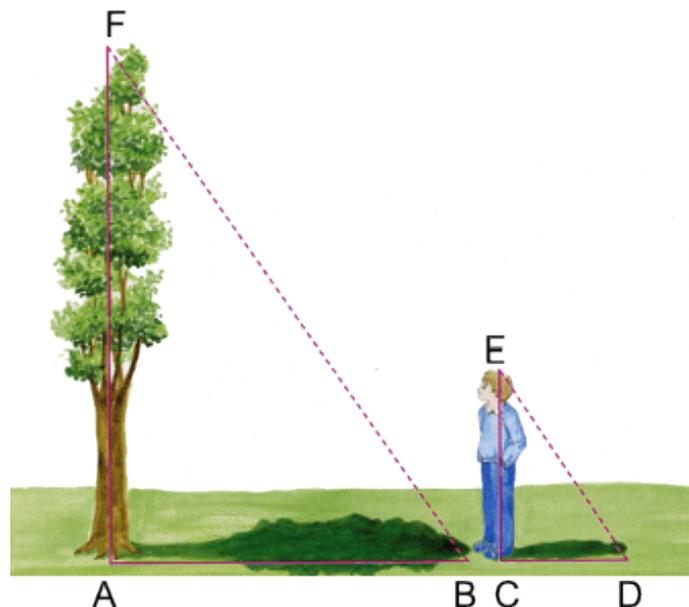
## 8. MEDIR LA ALTURA

En el siglo VI a.C. un sacerdote egipcio preguntó a Tales de Mileto si podía medir la altura de la Pirámide de Keops. Tales consiguió calcular la altura utilizando un palo.



¿Cómo medirías tú la altura de un árbol? No te puedes subir a él ;)

Respuesta: .....



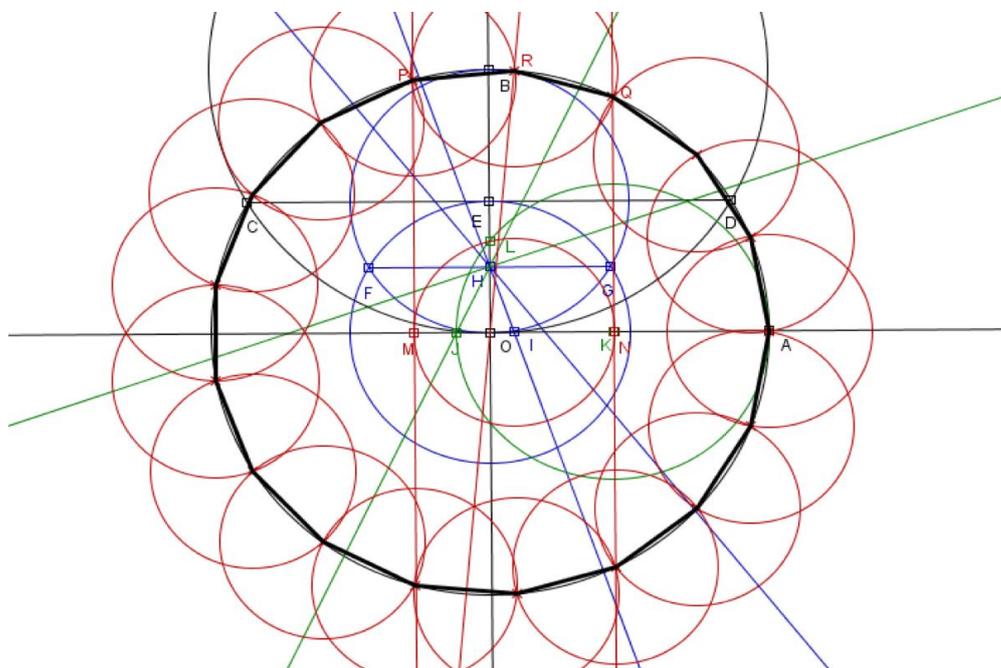
La respuesta está en el Teorema de... ¡Tales!

## 9. HEPTADECÁGONO



En este banco podemos ver un heptadecágono, es decir, un polígono regular de 17 lados.

¿Cómo lo dibujarías?

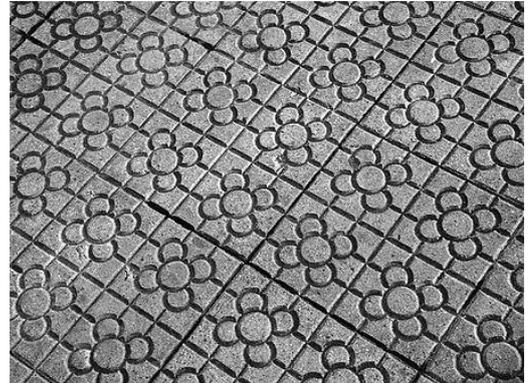


Parece imposible, pero en 1796 Gauss demostró que se podía construir un heptadecágono utilizando solo regla y compás.

## 10. RECUBRIR EL PLANO



Una calle del Casco Viejo de Bilbao



Baldosa de Bilbao

¿Cuáles son los polígonos regulares que permiten recubrir el plano?

Respuesta: .....

**Problema:** Supongamos que queremos recubrir un plano con polígonos regulares con el borde de un material muy preciado. **¿Qué polígono tenemos que elegir para gastar menos?**

*Respuesta*

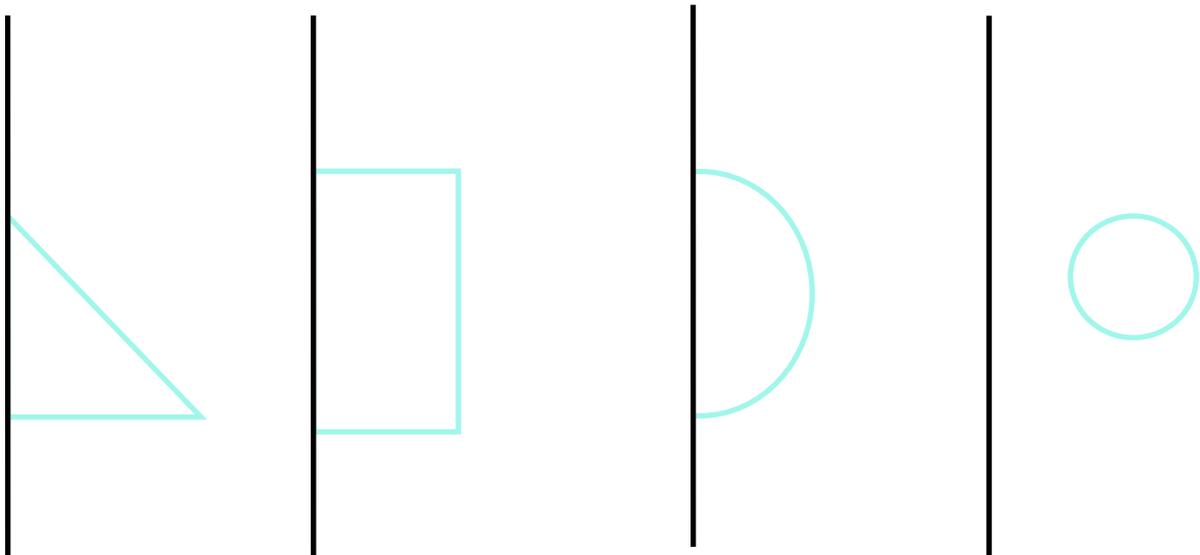


## 11. SUPERFICIES DE REVOLUCIÓN



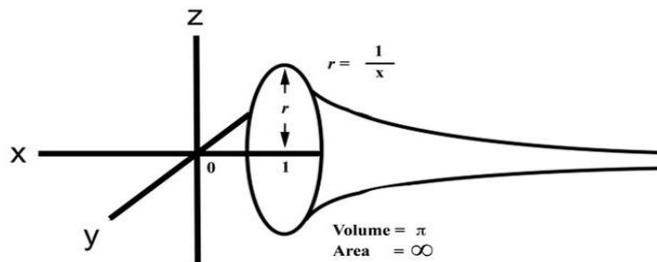
Una superficie de revolución se obtiene al girar una curva plana alrededor de una recta.

**¿Qué superficies se generan mediante la rotación de estos polígonos?**



Respuesta: .....

**Curiosidad:** ¡La trompeta de Torricelli es una superficie de revolución con área infinita y volumen finito!

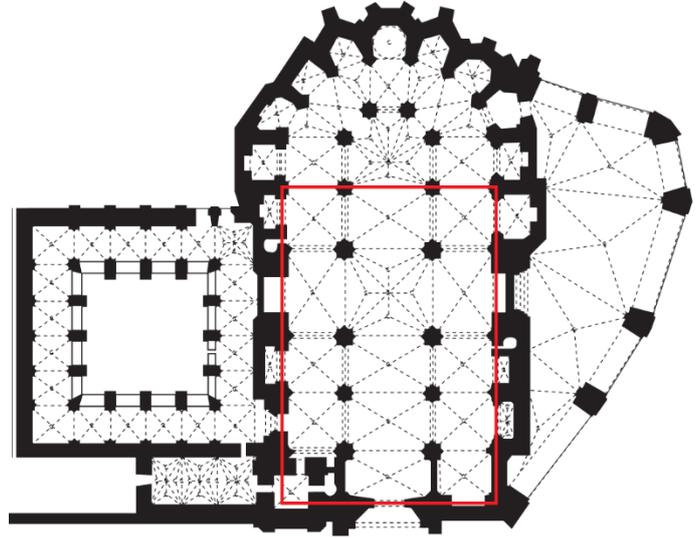


## 12. LA PROPORCIÓN ÁUREA

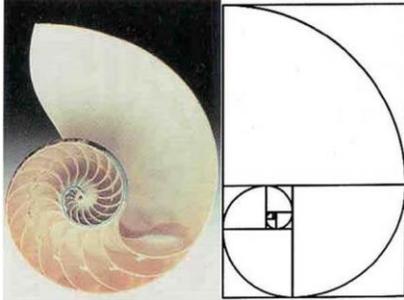
En el plano superior de la Catedral de Santiago podemos observar una cruz inscrita en el interior de la iglesia. Si dividimos la longitud de la cruz por su anchura, obtendremos el número

1,6180339887...

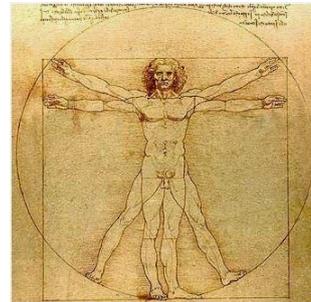
Pero ¿qué tiene de especial este número?



A este número se le conoce como la proporción áurea o proporción divina. Podemos encontrarlo en diversos aspectos de la naturaleza, como:

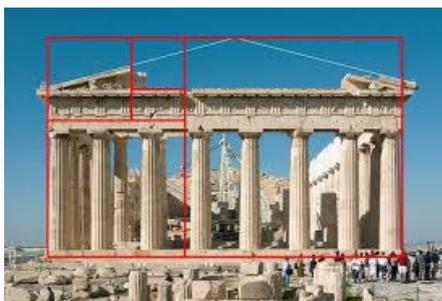


En las conchas de los caracoles

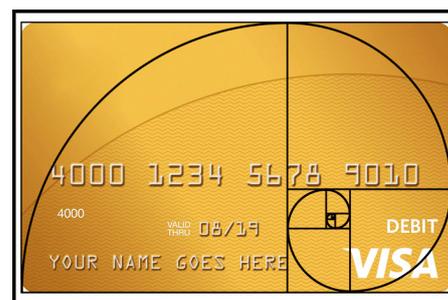


En el cuerpo humano

También ha sido muy empleado en la arquitectura como en otros ámbitos. Por ejemplo:



El Partenón



Tarjetas de Crédito

### 13. TORRE IBERDROLA

La Torre Iberdrola está formada por tres lados curvos de 165 metros de altura, siendo así el edificio más alto del País Vasco.

Cada uno de estos tres lados es parte de un cono. En efecto, como se puede ver en la imagen de la derecha, la Torre Iberdrola se obtiene superponiendo tres conos con una inclinación aproximada de 1 grado.

